黒木玄 **Gen Kuroki**
@genkuroki

多項式函数全体が $L^2([-1,1])$ で稠密なことを示すには、Weierstrassの多項式近似定理を使えば良い。

Weierstrassの多項式近似定理より、 多項式函数の全体はsupノルムで位相を入れた連続函数の空間 $C^0([-1,1])$ で稠密。

包含写像 $C^0([-1,1]) \to L^2([-1,1])$ は連続で、その像は稠密。稠密性は軟化子を使って示せる。

ゆえに、多項式函数の全体は $L^2([-1,1])$ で稠密。

実はWeierstrassの多項式近似定理もある特定の具体的な軟化子の多項式函数による近似で示せる。

大雑把に言うと軟化子とはデルタ函数を近似する滑らかな函数の族のこと。

軟化子の使い方をマスターするだけで色々なことが簡単に証明できるようになる。

2017年06月17日 00:29 · Web · 0 · 3 · Webで開く

黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki 17 hours ago

Weierstrassの多項式近似定理を認めて使うようだと解析学を理解しているとは言えない。たくさんの証明の仕方がある。

多項式函数列でデルタ函数を適切な意味で近似できれば証明できるのだが、そう言う多項式函数列は無数にあるので、証明の仕方も無数にある。

軟化子という発想(デルタ函数もしくは identity の近似という発想)をマスターすることは実解析の初歩を理解するために必須。

様々な具体的な軟化子について知ることは、初等函数のマクローリン展開を知ることと同じくらい基本的。

例えば

$$p(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-x^2/(2t)} \quad (t > 0)$$

は $t \to 0$ でデルタ函数に収束する。各 t ごとに $x = 0$ を含む有限区間内でこれを x の多項式函数で一様近似することは易しい。

上は正規分布の確率密度函数。

その函数は熱方程式 $u_t = (1/2)u_{xx}$ の基本解にもなっている。

こういう意味のある具体的な軟化子は無数にある。

黒木玄 **Gen Kuroki** @genkuroki 7 hours ago

MATLAB−Python−Julia cheatsheet
cheatsheets.quantecon.org/

matlab
python
julia
のロゼッタストーン

このどれも真剣に使ったことがない。matlab cloneのscilabはよく使っていた。

mathtod.online powered by Mastodon